

Calcolo degli elementi del profilo

In questo capitolo si esporranno i calcoli più comuni che servono per definire il profilo del dente del creatore.

Queste formule assumono sempre più un carattere "storico", nel senso che nessuno più fa i calcoli a mano. Tutti questi procedimenti di calcolo sono inseriti in appositi programmi che vengono elaborati dai computer.

Tuttavia, per chi è veramente interessato a capire un po' in profondità i metodi ed i concetti che sono alla base dei calcoli, le formule che si trovano in questo articolo possono risultare interessanti.

Profilo normale

Chiamiamo profilo normale quel profilo che non ha modifiche particolari, quali protuberanza o semitopping o altre correzioni di forma.

Consideriamo inoltre che la cremagliera di riferimento abbia la linea primitiva tangente al diametro primitivo teorico dell'ingranaggio e che quindi l'angolo di pressione sia quello nominale dell'ingranaggio.

E' necessario precisare questo perché poco più avanti si parlerà dei cosiddetti creatori ad angolo di pressione minorato, che, pur avendo i fianchi dei denti con un'inclinazione diversa da quella nominale dell'ingranaggio, eseguono egualmente il profilo voluto. Supponiamo di dover dentare un certo ingranaggio avente:

- modulo m
- angolo di pressione α_0
- spessore circolare S_0
- dedendum h_f
- addendum h_0
- diametro primitivo d_0

Il creatore dovrà avere l'addendum:

$$h_{kw} = h_f$$

Dovrà avere lo spessore del dente sulla linea primitiva S_w uguale allo spessore circolare del vano del dente, che è a sua volta uguale al passo meno lo spessore circolare del dente.

$$S_{0v} = \frac{\Pi \cdot d_0}{Z} - S_0 = S_w$$

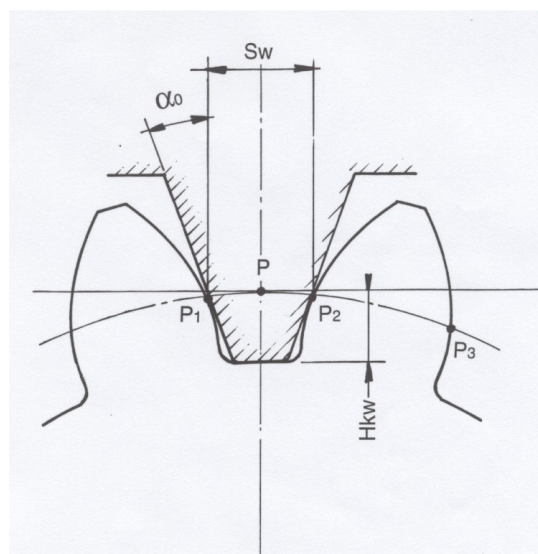


Figura N°1

L'inclinazione del fianco del dente del creatore sarà uguale all'angolo di pressione α_0 .

Se l'ingranaggio non è semitopping o topping, l'altezza totale H_w dovrà essere maggiore dell'altezza totale del dente dell'ingranaggio.

$$H_w > h_k + h_f$$

Si è già accennato al fatto che il profilo del dente del creatore dipende anche dalla spoglia frontale, che qualcuno chiama angolo di taglio.

Si tratta dell'angolo che il piano di affilatura fa con il piano che contiene l'asse del creatore (nel caso di solchi di affilatura paralleli all'asse).

Si è già detto anche che questo angolo nella stragrande maggioranza dei casi è di *zero gradi*. Cioè il piano di affilatura passa sull'asse del creatore.

Il motivo fondamentale di questa scelta è che solo in questo modo il profilo del creatore resta costante nelle successive affilature.

Un altro motivo importante è che per poter affilare i creatori che hanno un angolo di spoglia anteriore diverso da zero, bisogna portare la mola dell'affilatrice fuori asse di una quantità non sempre uguale, ma che è legata a diametro effettivo del creatore dalla semplice relazione:

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{a}{D/2} = \frac{2a}{D}$$

Nel caso di γ positivo la mola sarà spostata sottocentro, nel caso di γ negativo la mola lavorerà sopracentro. Vedere figura N°2.

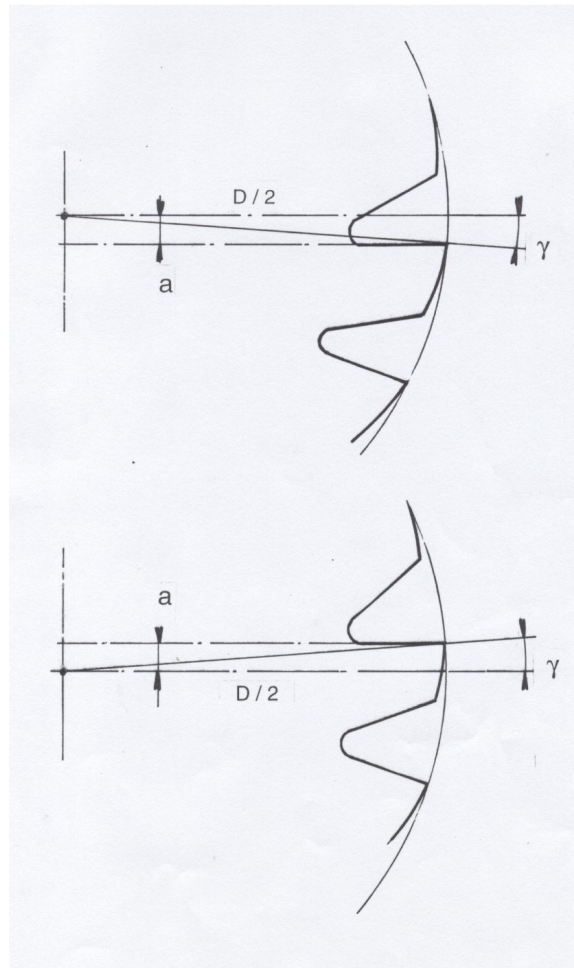


Figura N°2

Il valore di **a** deve essere quindi calcolato di volta in volta in funzione del diametro effettivo del creatore.

L'angolo di spoglia positivo si adotta quando si devono tagliare materiali particolarmente teneri, come per esempio alluminio, o acciai molto malleabili, avendo a disposizione solo dentatrici che non possono lavorare ad alta velocità di taglio.

Con un angolo di spoglia γ positivo si riduce lo sforzo del tagliente e si migliora la sua azione di taglio, ma contemporaneamente si indebolisce il tagliente in quanto la forza di taglio, che è sempre ortogonale alla superficie della faccia di taglio, ha una direzione sfavorevole, cioè tende a scheggiare il tagliente stesso.

Il fatto che la forza di taglio si riduce ha anche come diretta conseguenza una più lenta formazione del cratere d'usura sul petto del dente, ma sfortunatamente, esso è più vicino allo spigolo tagliente, aumentando quindi la possibilità di scheggiature precoci.

La dinamica della formazione del truciolo è paragonabile a quella che si osserva su un utensile monotagliente. Vedere figura N°3.

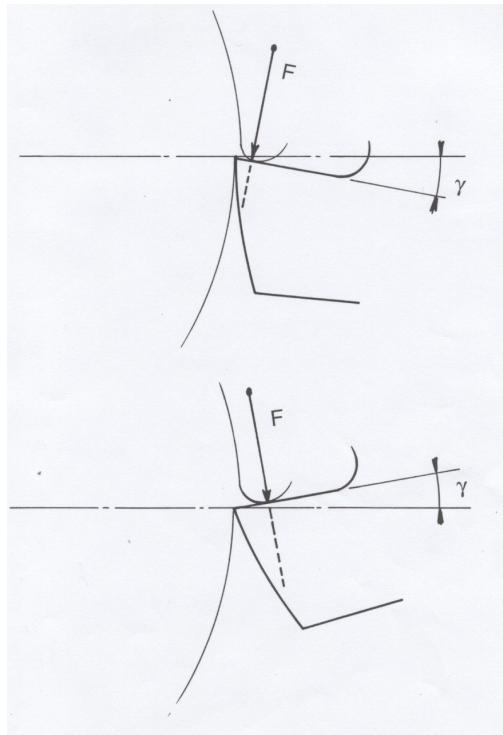


Figura N°3

Considerazioni opposte si possono fare riguardo l'angolo γ negativo. In questo caso il tagliente si irrobustisce, il cratere si forma più velocemente ma in una posizione arretrata e gli spigoli taglienti sono in un certo senso protetti.

La spoglia fortemente negativa si applica generalmente sui creatori in metallo duro (*carbide*) del tipo *skiving*, che eseguono operazioni di finitura su ingranaggi già temprati.

Il creatore costruito con un angolo γ diverso da zero, deve essere progettato e costruito con un angolo di pressione che non è uguale all'angolo di pressione normale dell'ingranaggio.

La relazione che si deve applicare per calcolare l'angolo di pressione del creatore è la seguente:

$$\operatorname{tg} \alpha_{on1} = \operatorname{tg} \alpha_{on} \pm \operatorname{tg} \gamma \cdot \operatorname{tg} x$$

Dove:

α_{on1} = angolo di pressione costruttivo del creatore

α_{on} = angolo di pressione normale dell'ingranaggio

γ = angolo di spoglia frontale

χ = angolo di spoglia sul fianco

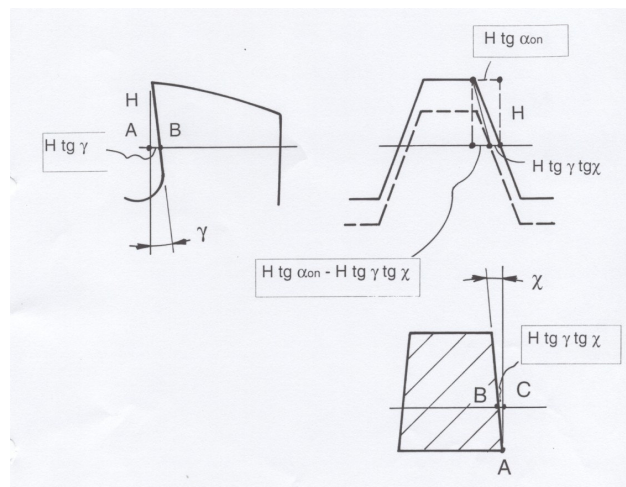


Figura N°4

Nella costruzione di un creatore nuovo va considerato il segno più nel caso di angolo di spoglia positivo ed il segno meno nel caso di angolo di spoglia negativo.

Il problema dell'interferenza

Tra due ruote dentate che si accoppiano può generarsi un'interferenza, cioè lo spigolo di testa di una ruota può interferire con la base del dente dell'accoppiante rendendo precaria o impossibile la rotazione.

A questo fenomeno non fugge nemmeno lo speciale accoppiamento tra un ingranaggio ed una cremagliera che, bisogna ricordarlo, è un ingranaggio con un numero di denti infinito.

Se consideriamo ora che i denti del creatore costituiscono appunto una cremagliera, può accadere che in determinate circostanze si generi il fenomeno dell'interferenza che all'atto pratico produce un sottointaglio alla base del dente (vedere figura N°5).

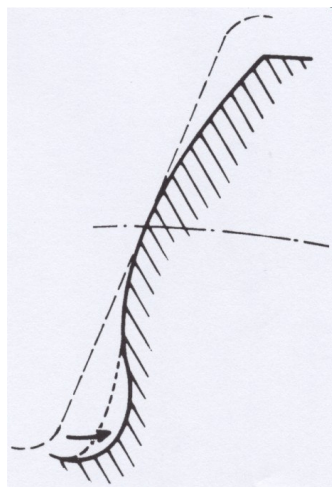


Figura N°5

Questo fatto fino ad un certo punto può essere considerato positivo dal punto di vista della geometria del dente, in quanto il sottointaglio fa le funzioni dello scarico che normalmente è generato dalla protuberanza per facilitare le operazioni di finitura dei denti.

Se però il sottointaglio è troppo grande, riduce il profilo attivo del dente al punto da ridurre considerevolmente la lunghezza della linea di ingranamento tra ingranaggio e controruota.

Oggi, vengono progettate delle scatole cambio più piccole che in passato anche per trasmettere potenze relativamente grandi; in questi casi vengono richieste lunghe linee di ingranamento con la massima lunghezza del profilo attivo.

L'inizio del profilo attivo (TIF) è su un diametro molto prossimo al diametro di fondo dente e quindi non sono ammessi sottointagli generati dall'interferenza.

Un altro grave problema è costituito dal fatto che nella zona di interferenza si ha un'asportazione maggiorata di materiale da parte di ogni dente, con un aumento dello spessore del truciolo e, quindi, della sollecitazione di ogni singolo dente del creatore.

Il fenomeno dell'interferenza tra due ingranaggi dipende dall'angolo di pressione, dal rapporto di trasmissione e dall'addendum previsto sugli ingranaggi.

Se consideriamo un dimensionamento normale, con l'addendum dell'ingranaggio uguale al modulo, cioè $h_0 = k \cdot m$, con $k=1$ e nel caso dei creatori, dove Z_1 è

infinito, cioè dove si ha: $\frac{Z_2}{Z_1} = 0$, si può usare il diagramma della fig. N°6 per trovare

il numero minimo di denti per cui si genera una certa interferenza che può permettere l'uso del creatore senza protuberanza.

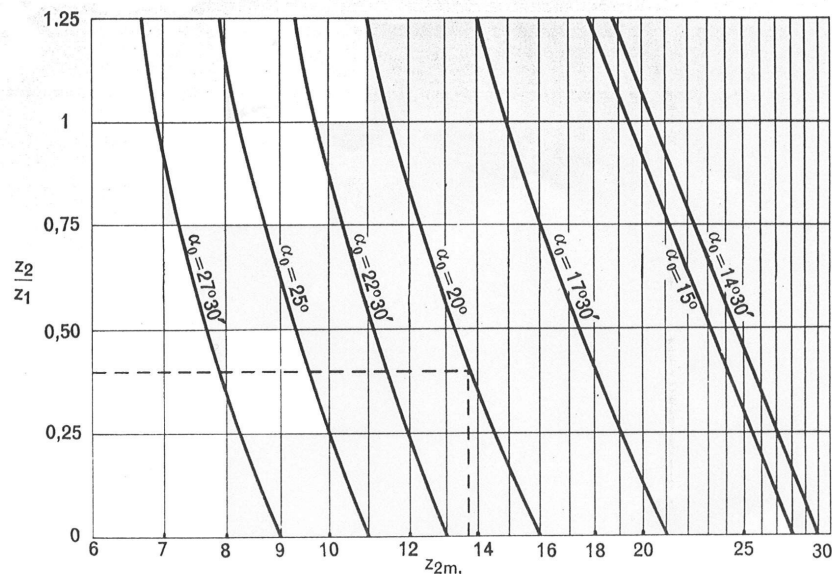


Figura N°6

Creatori con angolo di pressione minorato

E' necessario fare prima di tutto una premessa.

Il modulo e l'angolo di pressione, specie sui creatori, sono dei valori convenzionali che possono essere cambiati entro ampi limiti senza modificare sostanzialmente i risultati sul pezzo prodotto.

Il fatto è che normalmente si sceglie come cerchio di rotolamento il diametro primitivo dell'ingranaggio. Si fa coincidere quindi il diametro primitivo di funzionamento con il diametro primitivo nominale dell'ingranaggio, ma questa è una scelta non obbligatoria; in teoria si può scegliere come diametro primitivo di funzionamento, cioè come cerchio su cui rotolare, un qualsiasi diametro dell'ingranaggio.

Sarà sufficiente considerare i valori che derivano da questa scelta e cioè il nuovo valore di passo e quindi di modulo, il nuovo valore dell'angolo di pressione ed il nuovo valore dell'elica.

La figura N°7 fa vedere, accanto all'ingranaggio standard, lo stesso ingranaggio in cui si considera prima un diametro primitivo più piccolo e poi un diametro primitivo più grande.

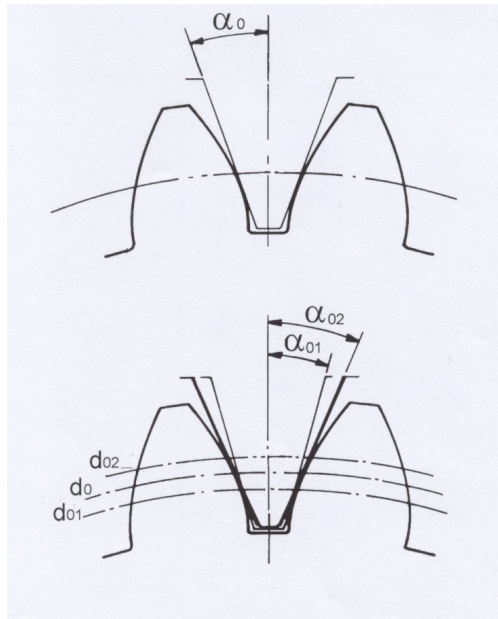


Figura N°7

d_0 = diametro primitivo nominale (α_0 = angolo di pressione nominale)

d_{01} = diametro primitivo minorato (α_{01} = angolo di pressione minorato)

d_{02} = diametro primitivo maggiorato (α_{02} = angolo di pressione maggiorato)

Facciamo l'esempio di un ingranaggio a denti diritti con i seguenti dati nominali:
 $m = 2 \text{ mm}$; $Z = 30$; $\alpha_0 = 20^\circ$.

Il diametro primitivo sarà :

$$d_0 = m \cdot Z = 2 \cdot 30 = 60 \text{ mm}$$

In corrispondenza a questo diametro si avrà l'angolo di pressione di 20° .

Il diametro di base di questo ingranaggio sarà:

$$d_b = d_0 \cdot \cos \alpha_0 = 60 \cdot 0,9397 = 56,382 \text{ mm}$$

Supponiamo ora di considerare due casi, scegliendo come diametro primitivo dell'ingranaggio prima 59 e poi 61 mm.

Nella tabella N°1 sono calcolati gli elementi fondamentali relativi a queste scelte, ma l'ingranaggio è sempre lo stesso: potremmo considerare anche i nuovi valori come quelli nominali!

Tabella N°1 – Esempio di modifica dell'angolo di pressione

	Valori nominali	Prima opzione	Seconda opzione
$m = \frac{p}{\Pi}$ (mm)	2	1,9667	2,0333
z	30	30	30
α_0	20°	$17^\circ,1376$	$22^\circ,4370$
d_0 (mm)	60	59	61
$d_b = d_0 \cdot \cos \alpha_0$	56,382	56,382	56,382
$\cos \alpha_0 = \frac{d_b}{d_0}$	0,9397	0,9556	0,9243
$p = \frac{\Pi \cdot d_0}{Z}$	6,2832	6,1785	6,3879

In pratica è come se sul cerchio di base fosse avvolto un filo. Se si svolge questo filo tenendolo sempre teso, l'estremità del filo stesso descrive una curva che è detta evolvente di cerchio.

Tutti i denti degli ingranaggi cilindrici hanno il profilo che è una porzione di evolvente di cerchio.

Questa curva ha alcune interessanti proprietà.

a)- Il segmento PQ ha la stessa lunghezza dell'arco di cerchio O_1Q

b)- Tutte le rette del tipo PQ , che collegano un generico punto P dell'evolvente al cerchio, sono tangenti al cerchio stesso.

c)- Le stesse rette sono sempre ortogonali all'evolvente .

Inoltre, con riferimento alla figura N°9, si possono scrivere le seguenti relazioni.

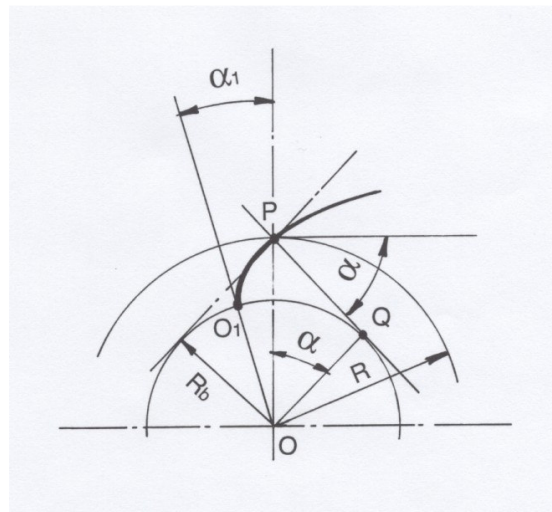


Figura N°9

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{PQ}{OQ} = \frac{PQ}{R_b}$$

$$\operatorname{arc} (\alpha_1 + \alpha) = \frac{OO_1}{R_b} = \frac{PQ}{R_b} \quad (\text{angolo espresso in radianti})$$

$$\alpha_1 = \operatorname{tg} \alpha - \alpha \quad \text{Questa è la funzione involuta dell'angolo } \alpha .$$

α è detto l'angolo di pressione dell'evolvente nel punto P , cioè riferito al raggio R . Si ha ancora l'importante relazione: $R_b = R \cos \alpha$.

In quasi tutti i libri che parlano di ingranaggi ed in molti manuali di utensili per il taglio di ingranaggi, sono riportate le tabelle della funzione $\operatorname{inv} \alpha = \alpha - \operatorname{tg} \alpha$

Gli ingranaggi hanno, quasi sempre, gli smussi sulla sommità dei denti che preservano gli spigoli da ammaccature e bavature che renderebbero l'ingranaggio rumoroso.

I creatori che eseguono gli smussi sulla sommità dei denti sono detti semitopping.

Lo smusso si ottiene sagomando opportunamente il fondo dei denti del creatore.

Le due quote che bisogna calcolare sono: l'inclinazione γ_{px} della parte del creatore che esegue lo smusso e la distanza K dell'inizio smusso dalla retta primitiva. Vedere figura N°10 e figura N°11.

In sostanza lo smusso sull'ingranaggio, avente una certa inclinazione γ_x e l'inizio sul raggio R_x , è una porzione di evolvente che ha un certo raggio di base R_{bx} .

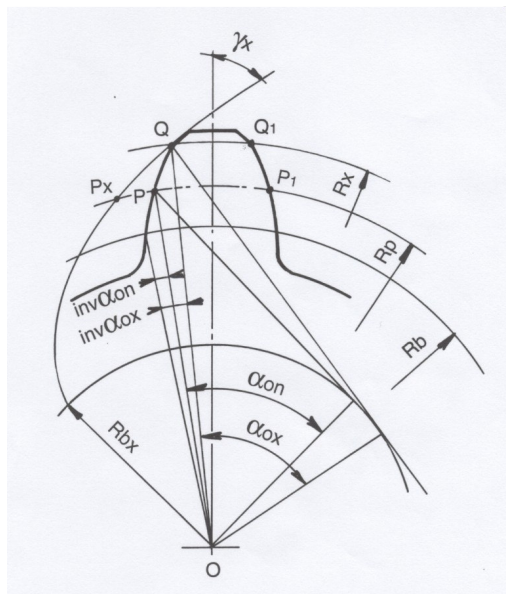


Figura N°10

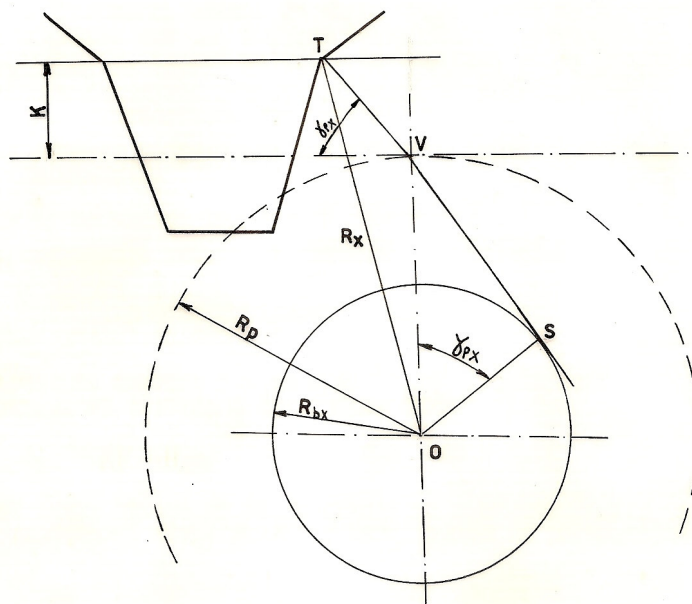


Figura N°11

E' importante calcolare lo spessore circolare del dente sul raggio inizio smusso R_x , cioè l'arco tra i punti Q e Q_1 . Si calcola con la seguente espressione:

$$QQ_1 = \left[\frac{S_c}{2R_p} - (inv\alpha_{ox} - inv\alpha_{on}) \right] \cdot 2R_x = S_c \frac{R_x}{R_p} - 2R_x (inv\alpha_{ox} - inv\alpha_{on})$$

Il creatore ha sempre la stessa linea primitiva tangente al cerchio primitivo di raggio R_p .

La parte che esegue lo smusso è come se dovesse lavorare un ingranaggio con raggio primitivo uguale ad R_p e che deve fare un angolo di pressione γ_x nel punto Q (sul raggio R_x). Si ha quindi:

$$R_{bx} = R_x \cdot \cos \gamma_x \quad \text{Raggio base dell'evolvente di cui lo smusso è parte.}$$

$\cos \gamma_{px} = \frac{R_{bx}}{R_p}$ In cui γ_{px} è l'angolo di pressione sul diametro primitivo, cioè sul

punto P_x . Questa è perciò l'inclinazione del tratto di creatore che deve fare lo smusso.

Si può calcolare la distanza K.

$$ST = \sqrt{R_x^2 - R_{bx}^2} \quad VS = R_p \cdot \sin \gamma_{px}$$

$$TV = ST - VS = \sqrt{R_x^2 - R_{bx}^2} - R_p \cdot \sin \gamma_{px}$$

$$K = TV \cdot \sin \gamma_{px} = \sin \gamma_{px} \left[\sqrt{R_x^2 - R_{bx}^2} - R_p \cdot \sin \gamma_{px} \right]$$

L'ampiezza dello smusso sull'ingranaggio resta costante nelle successive affilature del creatore, perché, come si è detto, il creatore è sostanzialmente una fresa a profilo costante in virtù della particolare curva della spoglia del dente.

Tuttavia ci sono alcune considerazioni da fare riguardo le varie tolleranze che entrano in gioco e che rendono molto difficile una effettiva costanza dello smusso.

Il primo luogo c'è la tolleranza di costruzione del creatore stesso, sia per quanto riguarda lo spessore del dente, sia per quanto riguarda la quota d'inizio smusso K e sia per quanto riguarda l'angolo γ_{px} .

Poi c'è la tolleranza sullo spessore cordale del dente dell'ingranaggio in fase di dentatura, che consente al creatore di avvicinarsi un po' di più o un po' di meno al pezzo. Infine c'è la tolleranza sul diametro esterno dell'ingranaggio.

E' evidente che se il raggio di inizio smusso R_x resta costante, al variare del raggio esterno R_e l'ampiezza dello smusso varia sensibilmente.

Qualche volta può portare all'annullamento, o quasi, dello spessore di testa, cioè dello spessore del dente sul diametro esterno. In questo caso i due smussi, destro e sinistro, si intersecano sul diametro esterno. Ciò non è mai tollerato.

In alcuni casi, specie se si tratta di ingranaggi con piccolo modulo (es. $m=1$ oppure $m=1,25$), si usa il cosiddetto *creatore topping*.

Si tratta di costruire il profilo del dente del creatore in modo che, oltre a fare gli smussi, lavori anche sul diametro esterno. In questo caso si ha la certezza che in testa al dente ci sarà sempre un tratto piano.

Calcolo di verifica per l'utilizzazione del semitopping

I creatori semitopping sono previsti per ottenere uno smusso con una stabilita entità radiale e con una data inclinazione su ruote dentate aventi un numero di denti prefissato.

Un creatore di questo tipo, perciò, eseguirà uno smusso esattamente come previsto solo sull'ingranaggio per il quale è stato calcolato.

Se si vuole tagliare un altro ingranaggio, con uguali caratteristiche ma con un numero di denti diverso, varieranno il valore dello smusso e la sua inclinazione; entro certi limiti questa variazione può essere tollerata.

Il valore dello smusso aumenta se aumenta il numero di denti dell'ingranaggio da dentare rispetto a quello per cui il creatore è stato calcolato, e viceversa.

Stabiliti i limiti entro i quali l'entità dello smusso può essere tollerato, il procedimento di verifica che viene esposto permette di stabilire se il creatore eseguirà lo smusso entro questi limiti.

Noti i valori di $K, \alpha_{0n}, \gamma_{px}, m$ del creatore e noto il numero di denti Z dell'ingranaggio sul quale si deve effettuare lo smusso, si ha:

$$R_p = \frac{m \cdot Z}{2} \quad \text{raggio primitivo della dentatura}$$

$$R_b = R_p \cdot \cos \alpha_{on} \quad \text{raggio del cerchio base della dentatura}$$

$$R_{b'} = R_p \cdot \cos \gamma_{px} \quad \text{raggio del cerchio base dello smusso}$$

Si può allora calcolare:

$$A = \frac{K \cdot \text{sen}(\gamma_{px} - \alpha_{on})}{R_p \cdot \cos \gamma_{px} \cdot \cos \alpha_{on}} + (\text{inv} \gamma_{px} - \text{inv} \alpha_{on})$$

Stabiliti i valori massimo e minimo del valore radiale dello smusso C_{\max} e C_{\min} si trovano i rispettivi diametri di inizio smusso.

$$R_{x1} = R_e - C_{\max} \quad \text{ed} \quad R_{x2} = R_e - C_{\min}$$

E quindi si possono calcolare i valori degli angoli di pressione dello smusso e dell'evolvente in corrispondenza a questi diametri.

$$\cos \gamma_{px1} = \frac{R_{b'}}{R_{x1}} \quad \cos \alpha_{x1} = \frac{R_b}{R_{x1}}$$

$$\cos \gamma_{px2} = \frac{R_{b'}}{R_{x2}} \quad \cos \alpha_{x2} = \frac{R_b}{R_{x2}}$$

infine si calcola il valore del parametro A' :

$$A_1' = \text{inv} \gamma_{px1} - \text{inv} \alpha_{x1} \quad A_2' = \text{inv} \gamma_{px2} - \text{inv} \alpha_{x1}$$

si ha allora:

$$\text{per } C_{\max} \quad \text{deve essere} \quad A_1' \leq A$$

$$\text{per } C_{\min} \quad \text{deve essere} \quad A_2' \geq A$$

Se queste relazioni sono soddisfatte il creatore può essere utilizzato in quanto eseguirà lo smusso entro i limiti che sono stati fissati.

Protuberanza e raggio pieno

Il profilo con protuberanza è adottato quando si vuole produrre uno scarico alla base del dente dell'ingranaggio per facilitare le operazioni di sbarbatura e di rettifica.

Si è già detto che in determinate condizioni, cioè quando si dentano ingranaggi con basso numero di denti, questo scarico si genera in modo naturale grazie al fenomeno dell'interferenza.

Questo è importante da tenere presente, perché è opportuno limitare l'uso della protuberanza solo nei casi in cui è necessario.

Infatti, i creatori con protuberanza tendono ad usurarsi con maggiore velocità e quindi, il linea generale, il loro rendimento è inferiore rispetto ai creatori senza la protuberanza.

Nella figura N°12 è rappresentato un dente con protuberanza. Si può vedere che il tratto **c** che congiunge la zona del profilo normale con la parte esterna della

protuberanza, ha un'inclinazione minore rispetto l'angolo di pressione ed in questo tratto la spoglia laterale si riduce.

In questa zona quindi si avrà la tendenza ad una maggiore usura.

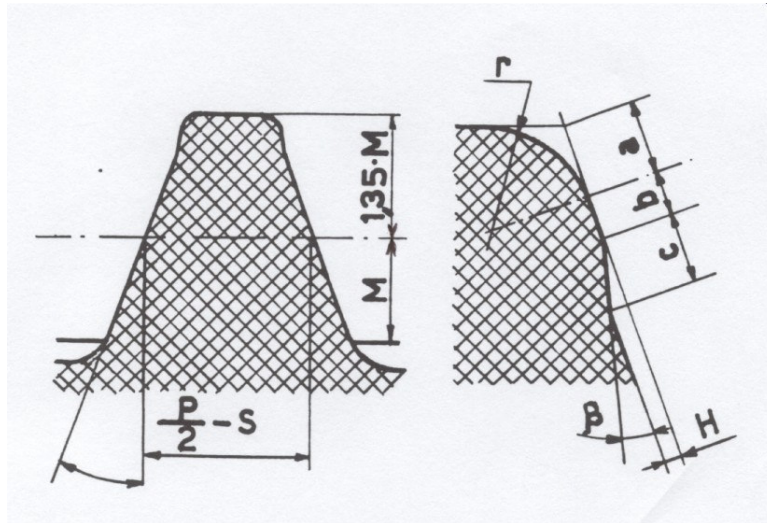


Figura N°12

- Per $\alpha = 20^\circ$; $\beta = 5^\circ$
- Per $\alpha = 14^\circ 30' - 15^\circ$; $\beta = 3^\circ 30'$

Tuttavia, quando si dentano ingranaggi con un alto numero di denti che devono poi essere sbarbati o rettificati e comunque finiti con un altro processo, è opportuno usare creatori con protuberanza, per evitare sforzi eccessivi in prossimità del raggio di raccordo a fondo dente e per evitare anche la formazione di scalini dove termina la superficie sbarbata o rettificata, vedere figura N°13.

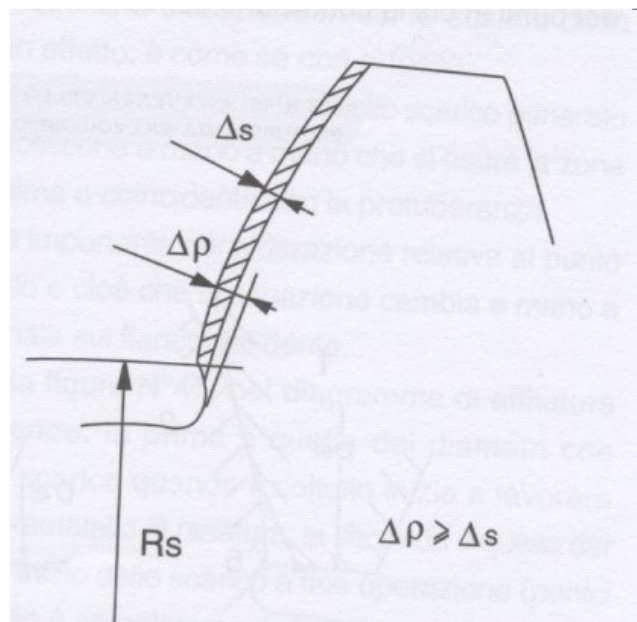


Figura N°13

Con riferimento alla figura N°12, nella tabella N°2 sono riportati i dimensionamenti della protuberanza per i vari moduli ed angoli di pressione nel caso che l'operazione di finitura sia la sbarbatura.

Nel caso di finitura con rettifica il valore della protuberanza dipende dal soprametallo previsto.

Tabella N°2

Modulo (mm)	Ps soprametallo (micron)	H (micron)	r (mm)	b (mm)	Per ang.press 20°		Per ang. press. 14°30' - 15°	
					a (mm)	c (mm)	a (mm)	c (mm)
1	15 - 40	25 - 40	0,40	0,13 - 0,20	0,30	0,35	0,30	0,50
1,25	20 - 45		0,50	0,15 - 0,24	0,35		0,40	
1,5	25 - 50			0,18 - 0,28			0,40	
1,75	30 - 55		0,65	0,20 - 0,30	0,45		0,50	
2	35 - 60	40 - 50	0,75	0,25 - 0,39	0,55	0,50	0,60	0,75
2,25	40 - 65		0,90	0,30 - 0,45	0,65		0,70	
2,5	45 - 70						0,70	
2,75	50 - 75	50 - 65	1,00	0,35 - 0,55	0,70	0,65	0,80	0,95
3							0,75	
3,25							0,90	
3,5							0,75	
3,75	55 - 80	65 - 75	1,10	0,40 - 0,62 0,45 - 0,70	0,80	0,70	0,90	1,10
4	60 - 85						1,00	
4,5	65 - 90						1,10	
5	75 - 100	65 - 75	1,40	0,50 - 0,80	1,00	0,70	1,20	1,10
5,5							1,20	
6							1,40	
6,5							1,50	
7	80 - 105	65 - 75	1,90	0,65 - 1,00	1,40	0,80	1,70	1,10
7,5	1,70							
8	1,95							
8	90 - 115						2,50	

I creatori a raggio pieno hanno il profilo del tipo indicato in figura N°14.

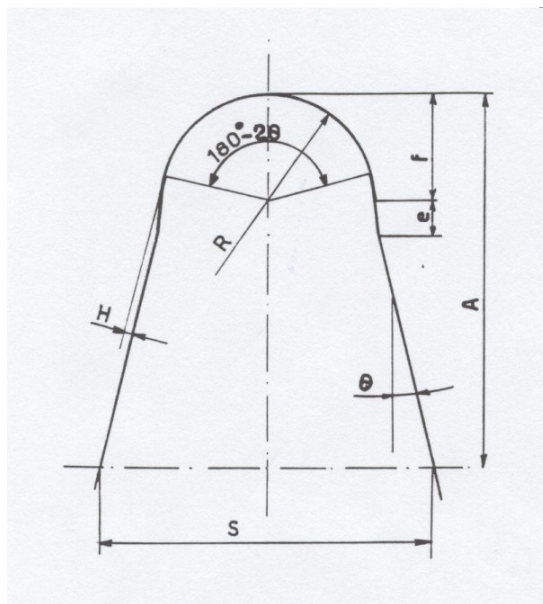


Figura N°14

Normalmente questo raccordo completo sulla testa del dente è associato alla protuberanza ed ha, in primo luogo, lo scopo di rendere meno accentuata la riduzione dell'inclinazione del fianco nel tratto della protuberanza con conseguente miglioramento, agli effetti dell'usura, in sede d'impiego.

In secondo luogo, il raccordo completo sulla sommità dei denti elimina gli spigoli con piccoli raggi di raccordo che sono normalmente sede di scheggiature e di maggiori usure.

Non sempre questa correzione è possibile, perché richiede una notevole riduzione del diametro interno dell'ingranaggio.